

PART A: Vocabulary

Directions: Choose the number of the answer (1), (2), (3), or (4) that best completes the sentence. Then mark the correct choice on your answer sheet.

- 1- What is the formula for ----- pounds into kilos?
1) assembling 2) converting 3) associating 4) compiling
- 2- The government tried to ----- the book because of the information it contained about the security services.
1) undertake 2) sanction 3) suppress 4) pursue
- 3- The study ----- to show an increase in the incidence of breast cancer.
1) implements 2) contends 3) sustains 4) purports
- 4- The research indicates that 4 out of 10 passengers ----- the law by not wearing their belts.
1) eliminate 2) submit 3) revenge 4) flout
- 5- You must be able to make all ----- plans in the event of enemy attacks.
1) contingency 2) anticipation 3) consequence 4) restraint
- 6- In the eyes of the law, these two offences are ----- each other.
1) in the course of 2) on a par with 3) in view of 4) on the verge of
- 7- In a number of developing countries, war has been an additional ----- to progress.
1) retardation 2) supplement 3) impediment 4) mediation
- 8- The company is reported to have ----- of nearly \$ 90,000.
1) liabilities 2) equations 3) insertions 4) ledgers
- 9- The ----- effect of using so many harmful chemicals on the land could be considerable.
1) compensatory 2) cumulative 3) diminishing 4) distorted
- 10- They have saved up a lot of money, so they can ----- afford to buy a bigger apartment.
1) presumably 2) accessibly 3) analogously 4) equivocally

PART B: Grammar

Directions: Read the following passage and decide which choice (1), (2), (3), or (4) best fits each blank. Then mark the correct choice on your answer sheet.

The body needs many different nutrients. These are various substances (11) ----- provide energy and the materials for growth, body-building, and body maintenance. Every day millions of cells in the body die and must be replaced by new ones.

(12) ----- foods contain all nutrients. So it is not just the quantity of food eaten that is important, but also the variety. People who have enough (13) ----- to them may still become ill because they are eating too much of one kind of food and not enough (14) -----.

To stay healthy, we need to eat a balanced diet. This means a diet containing the right proportions of the main nutrients. Many foods (15) ----- of these basic nutrients. A balanced diet also contains enough energy (in the form of food) to power the chemical reactions of living.

- 11- 1) being necessity so as 2) of necessity so as 3) to be necessary to 4) necessary to
- 12- 1) Neither each 2) Not each 3) Neither do all 4) Not all
- 13- 1) food availability 2) food available 3) availability food 4) available food
- 14- 1) of other 2) another 3) of another 4) others
- 15- 1) are mixing 2) have mixing 3) are a mixture 4) have mixture

PART C: Reading Comprehension

Directions: Read the following passages and questions and answer them by choosing the best choice (1), (2), (3), or (4). Then mark the correct choice on your answer sheet.

Once an error is generated, it will generally propagate through the calculation. This leads to the notion of numerical stability: an algorithm is numerically stable if an error, once it is generated, does not grow too much during the calculation. This is only possible if the problem is well-conditioned, meaning that the solution changes by only a small amount if the problem data are changed by a small amount. Indeed, if a problem is ill-conditioned, then any error in the data will grow a lot.

However, an algorithm that solves a well-conditioned problem may or may not be numerically stable. An art of numerical analysis is to find a stable algorithm for solving a well-posed mathematical problem. A related art is to find stable algorithms for solving ill-posed problems, which generally requires finding a well-posed problem whose solution is close to that of the ill-posed problem and solving this well-posed problem instead.

The algorithms of numerical analysis are routinely applied to solve many problems in science and engineering. Examples are the design of structures like bridges and airplanes, weather forecasting, climate models, the analysis and design of molecules (computational chemistry), and finding oil reservoirs. In fact, almost all supercomputers are continually running numerical analysis algorithms.

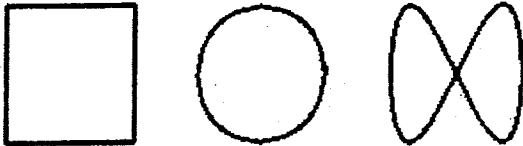
As a consequence, efficiency plays an important role and a heuristic method may be preferred above a method with a solid theoretic foundation because it is more efficient. Generally, numerical analysis uses empirical results of computation runs to probe new methods and analyze problems, though it of course also employs mathematical axioms, theorems and proofs.

- 16- Efficiency plays an important role in the design of numerical algorithms and that is why ----- may be preferred.
 1) a method with solid theoretical foundation 2) a heuristic method
 3) an iterative method 4) a direct method
- 17- A numerically stable algorithm always finds ----- problem.
 1) a good approximation of the solution of an ill-conditioned
 2) a poor approximation of the solution of a well-conditioned
 3) a good approximation of the solution of a well-conditioned
 4) a good approximation of the solution of any
- 18- A numerical algorithm that finds a highly inaccurate solution of a given problem -----.
 1) is a heuristic algorithm 2) is not stable 3) may be stable or not 4) is stable
- 19- Numerical analysis gains insight into new algorithms by -----.
 1) solving well-conditioned problems 2) computational experimentation
 3) solving ill-conditioned problems 4) merely analytical proofs
- 20- Supercomputers continuously run numerical algorithms to ----- problems.
 1) establish theorems for application of 2) investigate the conditions of
 3) probe new methods and analyze 4) solve applied
- 21- It is easy to ----- about what might have happened.
 1) theorize 2) overlap 3) reveal 4) decide
- 22- There are a lot of ----- surrounding this issue. It is difficult to solve all.
 1) investments 2) courses 3) complexities 4) examples
- 23- Computer Science and ----- subjects are not taught here.
 1) deflationary 2) revealed 3) inflationary 4) analytic
- 24- In the statement $Y = 2X$, Y is a ----- of X.
 1) function 2) relation 3) transpose 4) rule
- 25- Is the picture always ----- on your TV? Is it not clear?
 1) fuzzy 2) across 3) broad 4) dum

برای هر یک از ۵ سؤال زیر مناسب‌ترین گزینه را برای نقطه‌چین انتخاب کنید.

Read the following four paragraphs and answer questions 26-30:

Topology is a branch of geometry. Euclidean geometry studies properties of objects that are invariant under rigid motions in Euclidean space. Topology studies geometric properties that are invariant under any continuous deformation. It is sometimes called "rubber-sheet geometry" because the objects can be stretched and contracted like rubber, but cannot be broken. For example, a square can be deformed into a circle without breaking it, but a figure 8 cannot. Hence a square is topologically equivalent to a circle, but different from a figure 8.



A typical question in topology would be how many holes are there in an object. How can you define the holes in a torus or sphere? What is the boundary of an object? Is a space connected? Does every continuous function from the space to itself have a fixed point?

General topology normally considers local properties of spaces, and is closely related to analysis. It generalizes the concept of continuity to define topological spaces, in which limits of sequences can be considered. Sometimes distances can be defined in these spaces, in which case they are called metric spaces; sometimes no concept of distance makes sense.

Combinatorial topology considers the global property of spaces, built up from a network of vertices, edges and faces. This is the oldest branch of topology, and dates back to Euler. He showed that topologically equivalent spaces have the same numerical invariant, which we now call the Euler characteristic; this is the number $(V - E + F)$, where V , E , and F are the number of vertices, edges and faces of an object. For example, a tetrahedron and a cube are topologically equivalent to a sphere, and any dissection of a sphere will have an Euler characteristic of 2.

- 26- A branch of topology concerned with equivalence of spaces is -----.
- | | |
|---|-----------------------------------|
| 1) related to finding limits of sequences | 2) built on properties of squares |
| 3) related to dissection of a sphere | 4) relatively old |
- 27- Topology is concerned with -----.
- 1) invariance properties under continuous deformation
 - 2) geometric formation of space
 - 3) the study of convergent sequences
 - 4) boundary value problems
- 28- The notion of distance is -----.
- | | |
|--|--------------------------------|
| 1) meaningless for topological spaces | 2) irrelevant to metric spaces |
| 3) essential for every topological space | 4) useful for metric spaces |
- 29- Topology ----- every continuous function from the space to itself has a fixed point.
- | | |
|---|----------------------------|
| 1) is not concerned with the question whether | 2) proves that |
| 3) investigates whether | 4) disproves the fact that |
- 30- Topology -----.
- | | |
|--|---|
| 1) is only concerned with geometric deformations | 2) and analysis have shared common interests |
| 3) does not investigate analytical properties | 4) is not concerned with combinatorial properties |

-۲ انتگرال معین $\int_{-1}^1 \left(\frac{x}{\cos x} + x^2 \right) dx$

(۱) دارای مقدار ۰ است. (۲) دارای مقدار $\frac{2}{3}$ است.

(۳) دارای مقدار یست بین ۰ و $\frac{1}{3}$ (۴) قابل محاسبه نیست.

-۳ مطلوب است محاسبه $\int_0^1 \left(\ln \left(\frac{1}{x} \right) \right)^5 dx$

(۱) ۱ (۲) ۱۲۰

(۳) ۲۴ (۴) ۷۲۰

-۳ دامنه‌ی تابع $f(x) = \int (x + 2x^2 + 3x^3 + \dots) dx$ برابر است با:

(۱) $(-1, 1)$ (۲) $[-1, 1)$

(۳) $[-1, 1]$ (۴) $(-1, 1]$

-۳ حد $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[n]{(n+1)(n+2)\dots 2n}}{n}$ برابر است با:

(۱) ۱ (۲) $\frac{4}{e}$

(۳) $\frac{e}{4}$ (۴) حد وجود ندارد.

-۳ برای تابع $f(x) = \begin{cases} \sin x & x \in Q \\ 0 & x \notin Q \end{cases}$ کدام یک از موارد زیر درست است؟

(۱) f در هر نقطه ناپیوسته است. (۲) f در هر نقطه پیوسته است.

(۳) f فقط در نقاط $x = k\pi$ پیوسته است. (۴) f فقط در صفر پیوسته است.

-۳ مساحت بخشی از رویه‌ی $z = x^2 + y^2$ که زیر صفحه $z = 9$ قرار دارد، کدام است؟

(۱) $\frac{37}{6}\pi$ (۲) $\frac{\pi}{6}\sqrt{37}$

(۳) 6π (۴) $\frac{\pi}{6}(37\sqrt{37} - 1)$

-۳ مقدار $\int_C 2xy^{-1} dy + \ln y^2 dx$ بر روی قسمتی از منحنی $|x| + |y - 4| = 1$ واقع در ناحیه $y \geq 4$ کدام است؟

(۱) ۰ (۲) $2 \ln 8$

(۳) $\ln 16$ (۴) $2 \ln 16$

-۳ با فرض $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2}{x^2 + y^2} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$ گزاره‌ی صحیح در مبدأ کدام است؟

(۱) f در مبدأ نسبت به y مشتق جزئی دارد. (۲) f در مبدأ پیوسته است.

(۳) f در مبدأ نسبت به x مشتق جزئی است. (۴) f در مبدأ مشتق پذیر است.

-۳ فرض کنید C مربعی به رئوس $(0, 0)$ و $(1, 0)$ و $(0, 1)$ و $(-1, 0)$ و $(0, -1)$ و $(0, 0)$ در جهت مثلثاتی باشد مقدار $\frac{1}{2} \oint_C (x dy - y dx)$ چقدر است؟

(۱) ۰ (۲) ۲

(۳) ۱ (۴) ۴

۴۰ - $\int_0^1 (\ln x)^2 dx$ کدام است؟

- (۱) واگراست.
 (۲) $\frac{1}{2}$
 (۳) ۲
 (۴) -۱

۴۱ - برای تابع $f(x,y) = \cos(xy)$ کدام گزینه صحیح است؟

- (۱) تابع f دارای هیچ ماکزیممی نیست.
 (۲) تابع f فقط در نقطه $(0, 0)$ اکسترمم دارد
 (۳) تابع f دارای هیچ مینیممی نیست.
 (۴) تابع f روی تعداد بیشمار نقطه ماکزیمم و بیشمار نقطه مینیمم دارد

۴۲ - $\frac{d}{dx} \int_x^{2x} \frac{1}{t+x} dt$ برابر است با:

- (۱) ۰
 (۲) $\frac{1}{3x}$
 (۳) $\frac{1}{3x} - \frac{1}{2x}$
 (۴) $\ln\left(\frac{3}{2}\right)$

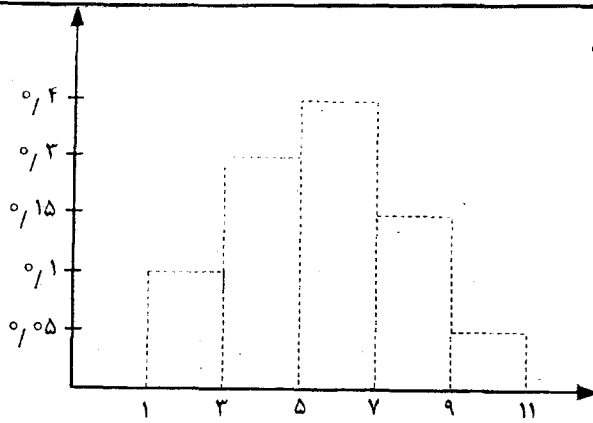
۴۳ - ناحیه همگرایی سری $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2x+5)^n}{\sqrt{2n+1}}$ برابر است با:

- (۱) $(-3, -2)$
 (۲) $(-3, -2]$
 (۳) $[-3, -2)$
 (۴) $[-3, -2]$

۴۴ - اگر $a_0 + \frac{a_1}{2} + \dots + \frac{a_n}{n+1} = 0$ باشد آنگاه معادله $a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n = 0$ در بازه $(0, 1)$
 (۱) حداقل یک ریشه حقیقی دارد.
 (۲) حتماً n ریشه حقیقی دارد.
 (۳) دقیقاً یک ریشه حقیقی دارد.
 (۴) ریشه حقیقی ندارد.

۴۵ - تابع f زوج است و در $x = c$ یک ماکسیمم نسبی دارد. کدام یک از عبارات‌های زیر درست است؟

- (۱) تابع f در $x = -c$ یک مینیمم نسبی دارد.
 (۲) تابع f در $x = -c$ نه ماکسیمم نسبی دارد و نه مینیمم
 (۳) تابع f در $x = -c$ نیز یک ماکسیمم نسبی دارد.
 (۴) در مورد رفتار تابع f در $x = -c$ قضاوتی نمی‌توان کرد.



۴۶- فرض کنید بر اساس ۱۰۰ داده ارائه شده، نمودار هیستوگرام مقابل

حاصل شده باشد. میانگین داده‌ها کدام است؟

(۱) ۵/۵

(۲) ۵۵

(۳) ۶/۵

(۴) ۶۵

۴۷- از ارقام ۰، ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ به تصادف یک عدد چهاررقمی بدون تکرار ساخته می‌شود. احتمال اینکه عدد حاصل بر ۴ بخش پذیر باشد کدام

است؟ *این سوال غلط است. جواب ۱/۲۵ است و درگزین‌ها نیست*

(۴) $\frac{3}{20}$

(۳) $\frac{7}{15}$

(۲) $\frac{3}{4}$

(۱) $\frac{1}{4}$

۴۸- ظرفی دارای ۳ مهره‌ی سفید و ۲ مهره سیاه است. یک مهره به تصادف از ظرف انتخاب و پس از رؤیت رنگ مهره، همراه با دو مهره مخالف

رنگ مشاهده شده به ظرف برمی‌گردانیم. مقدار π چقدر باشد تا در انتخاب مرحله دوم شانس مشاهده مهره سفید $\frac{1}{2}$ باشد؟

(۴) ۴

(۳) ۲

(۲) ۳

(۱) ۱

۴۹- جعبه‌ای شامل سه سکه A_1 ، A_2 و A_3 است که شانس شیر آمدن هر یک به ترتیب برابر با $\frac{1}{4}$ ، $\frac{1}{2}$ و $\frac{3}{4}$ است. یک سکه به تصادف از

این جعبه انتخاب و ۶ مرتبه پرتاب می‌شود. تعداد دفعاتی که شیر مشاهده می‌شود ۳ است. احتمال اینکه سکه A_3 انتخاب شده باشد کدام است؟

(۴) $\frac{1}{2 + (\frac{3}{4})^6}$

(۳) $\frac{2}{2 + (\frac{4}{3})^6}$

(۲) $\frac{1}{2 + (\frac{2}{3})^6}$

(۱) $\frac{2}{2 + (\frac{2}{4})^6}$

۵۰- فرض کنید ورود به صف انتظار در یک فاصله زمانی معین از فرآیند پواسن با نرخ λ نفر در دقیقه پیروی کند. احتمال اینکه حداقل یک نفر در فاصله t - دقیقه به صف پیوندند کدام است؟

(۴) $1 - \frac{t^2}{2!} e^{-\lambda t}$

(۳) $1 - e^{-\lambda t}$

(۲) $1 - e^{-\lambda t} - \frac{1}{2!} e^{-\lambda t}$

(۱) $e^{-\lambda t}$

۵۱- فرض کنید X و Y دارای تابع احتمال توأم زیر باشند:

| Y \ X | X | | | |
|-------|------|------|------|------|
| | ۰ | ۱ | ۲ | ۳ |
| ۰ | ۰/۰۵ | ۰/۰۵ | ۰/۰۵ | ۰/۰۵ |
| ۱ | ۰/۰۵ | ۰/۱ | ۰/۰۵ | ۰/۰۵ |
| ۲ | ۰/۱ | ۰/۱ | ۰/۱ | ۰/۰۵ |
| ۳ | ۰/۰۵ | ۰/۰۵ | ۰/۰۵ | ۰/۰۵ |

تابع احتمال شرطی X به شرط $Y=1$ کدام است؟

(۲) $f_{X|Y=1}(x) = \begin{cases} \frac{1}{10} & x=0,2 \\ \frac{2}{5} & x=1,3 \end{cases}$

(۱) $f_{X|Y=1}(x) = \begin{cases} \frac{1}{5} & x=0,2,3 \\ \frac{2}{5} & x=1 \end{cases}$

(۴) $f_{X|Y=1}(x) = \begin{cases} \frac{2}{5} & x=0,2 \\ \frac{1}{10} & x=1,3 \end{cases}$

(۳) $f_{X|Y=1}(x) = \begin{cases} \frac{1}{5} & x=0,2,3 \\ \frac{2}{5} & x=3 \end{cases}$

۵۲- فرض کنید $(X, Y) \sim N(2, 4, 3, 6, \frac{\sqrt{2}}{2})$ باشد توزیع $Y | X = x$ کدام است؟

- (۱) $N(x+2, 3)$ (۲) $N(\frac{1}{2}x+2, 3)$ (۳) $N(x+2, 6)$ (۴) $N(\frac{1}{2}x+2, 6)$

۵۳- فرض کنید X یک متغیر تصادفی با اطلاعات زیر باشد:

$$E(X) = 15 \text{ و } P(X \leq 11) = 0/2 \text{ و } P(X \geq 19) = 0/3$$

گزینه صحیح کدام است؟

- (۱) $E(X^2) \geq 43$ (۲) $V(X) \geq 18$ (۳) $E(X^2) \geq 23$ (۴) $V(X) \geq 8$

۵۴- فرض کنید $X \sim B(1600, 0/36)$ باشد مقدار تقریبی $P(550 < X < 600)$ کدام است؟

- (۱) ۰/۸۷۸۱ (۲) ۰/۷۸۸۱ (۳) ۰/۸۷۱۸ (۴) ۰/۱۷۸۸

۵۵- فرض کنید X_1, \dots, X_n یک نمونه تصادفی n تایی از توزیع $N(\theta, \theta^2)$ باشد، برآوردگر نارایب θ^2 کدام است؟

- (۱) $\frac{n+1}{n} \bar{X}^2$ (۲) $\frac{n}{n+1} \left(\sum_{i=1}^n X_i \right)^2$ (۳) $\frac{1}{n(n+1)} \left(\sum_{i=1}^n X_i \right)^2$ (۴) $\frac{n-1}{n+1} \bar{X}^2$

- ۵۶- در کدام یک از آرایه‌های زیر برای مرتب شدن اعداد به صورت صعودی به وسیله مرتب‌سازی درجی (Insertion Sort) نیاز به جابه‌جایی کمتری از اعداد می‌باشد؟
 (۱) 2, 1, 4, 3, 6, 5, 8, 7
 (۲) 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1
 (۳) 5, 6, 7, 8, 1, 2, 3, 4
 (۴) 8, 7, 6, 5, 1, 2, 3, 4
- ۵۷- مقدار $F(5)$ کدام است؟

```
int F(int n) {
    if (n <= 0) return 0;
    else if (n % 2 == 0) return F(n + 5);
    else return F(n/2) + 1;
}
```

- (۱) 3 (۲) 5 (۳) 4 (۴) 8

- ۵۸- فرض کنید آرایه‌ی A شامل n عدد طبیعی مختلف نامرتب است. کد زیر وظیفه دارد تا مقدار مینیمم و ماکزیمم را در این آرایه بیابد، چنانچه تنها عملیات انتسابی (یعنی خطوط 1، 2، 5 و 7) هزینه بر باشد، در بهترین و بدترین حالت ممکن به ترتیب چند عمل انتساب لازم است تا مقادیر مینیمم و ماکزیمم یافت شوند؟

```
1: Min = A[0];
2: Max = A[0];
3: for (i = 1; i < n; i++)
4:   if (A[i] < Min)
5:     Min = A[i];
6:   else if (A[i] > Max)
7:     Max = A[i];
```

- (۱) $n + 1, 2$ (۲) $2n + 1, 3$ (۳) $n + 1, 3$ (۴) $2n + 2, 3$

- ۵۹- هزینه‌ی زمان اجرای شبه کد زیر کدام است؟

```
...
i ← 2
While i ≤ n Do
    i ← i2
...
```

- (۱) $\theta(\sqrt{n})$ (۲) $\theta(n \log_2 n)$ (۳) $\theta(\log_2 n)$ (۴) $\theta(\log_2 \log_2 n)$

- ۶۰- هزینه‌ی زمان اجرای شبه کد زیر کدام است؟

```
...
k ← 0
For i ← 1 To n Do
    For j ← 1 To T[i] Do
        k ← k + T[j]
...
```

در این کد تعریف آرایه T به صورت زیر است:

$$T[i] = \begin{cases} 1 & \text{در مربع کامل است،} \\ 0 & \text{در غیر این صورت،} \end{cases}$$

$$1 \leq i \leq n$$

- (۱) $O(1)$ (۲) $O(n)$ (۳) $O(\sqrt{n})$ (۴) $O(n^2)$

- ۶۱- مقدار j پس از اجرای قطعه کد زیر کدام است؟

```
int i = j = 0;
int A[5] = {5, -10, 8, 4, 1000};
while (A[i] != 0) {
    A[i]--;
    j++;
    i = (i + 1) % 5;
}
```

- (۱) 18 (۲) 23 (۳) 19 (۴) 24

۶۲- مجموع مقادیر درایه‌های آرایه‌ی A بعد از اجرای قطعه کد زیر چند است؟

```
int A[9] = {1, 2, 3, 1, 2, 3, 1, 2, 3};
for(int i = 0; i <= 8; i++)
    A[i] = A [8 - i];
```

- 18 (۱) 20 (۲) 19 (۳) 21 (۴)

۶۳- اگر فراخوانی what در برنامه اصلی به صورت what(T, ۵) انجام گیرد، خروجی what چیست؟

```
function what (T: tree; k: integer): integer;
begin
    if T = nil then what := 0
    else what := k + what (T . left, k + 1) + what (T . right, k + 1);
end
```

- (۱) تعداد برگ‌های درخت
 (۲) جمع سطح گره‌های مختلف درخت
 (۳) جمع تعداد فرزندان هر گره
 (۴) تعداد گره‌های درخت

۶۴- در زبان C جزء برنامه زیر چکار می‌کند؟

```
int r;
do {r = rand;} while ((r < min) || (r > max)? 1 : 0);
print f ("%d", r);
```

(۱) چاپ یک عدد تصادفی r به طوری که $\min \leq r \leq \max$

(۲) چاپ بیش از یک عدد تصادفی r به طوری که $\min \leq r \leq \max$

(۳) چاپ یک عدد تصادفی r به طوری که $r < \min$ یا $r > \max$

(۴) چاپ بیش از یک عدد تصادفی r به طوری که $r < \min$ یا $r > \max$

۶۵- در الگوریتم Pattern matching زیر، جای A چه دستورالعملی قرار می‌گیرد؟

```
int A(string pat, string str){
int i = 0; char * s = str, * p = pat;
if (*p && *s)
    while (i <= length (s) - length (pat))
        if (A) {if (! * p) return i;}
        else {i++; s = str + i; *p = pat;}
        return -1;
}
```

(۱) * p ++ = * s ++;

(۲) * p ++ != * s ++;

(۳) ++ * p == ++ * s;

(۴) * p ++ = * s ++;

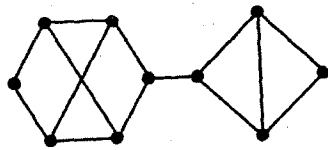
۶۶- فرض کنیم G گرافی ۱۳۸۷ رأسی و فاقد دور باشد و دقیقاً ۴۲۱ مؤلفه همبندی داشته باشد. در این صورت تعداد یال‌های آن برابر است

- ۱) ۱۳۸۶
- ۲) ۱۰۰۰
- ۳) ۹۶۶
- ۴) ۲۰۰۹

۶۷- کدام استدلال زیر نامعتبر است؟

- | | |
|-----------------------------------|--|
| $p \rightarrow (q \rightarrow r)$ | $p \vee q \rightarrow r$ |
| $\sim q \rightarrow \sim p$ (۲) | $s \rightarrow p \wedge t$ (۱) |
| $\frac{p}{\therefore r}$ | $\frac{q \vee s}{\therefore \sim r}$ |
| $p \wedge q$ | $p \vee q \rightarrow r \wedge s$ |
| $p \rightarrow r \wedge q$ | $\frac{\sim r}{\therefore \sim q}$ (۳) |
| $r \rightarrow s \vee t$ (۴) | |
| $\frac{\sim s}{\therefore t}$ | |

۶۸- فرض کنید A ماتریس مجاورت گراف زیر باشد. در این صورت مجموع تمام عناصر روی قطر اصلی ماتریس A^2 برابر است با:



- ۱) ۱۴
- ۲) ۱۲
- ۳) ۱۰
- ۴) ۲۸

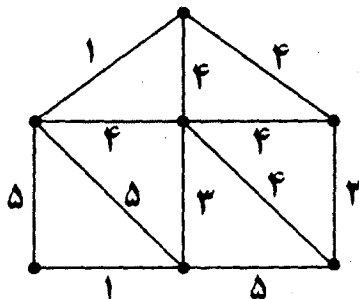
۶۹- یک گل فروش ۶ نوع گل، از هر نوع ۷ شاخه در دست دارد. به چند طریق می‌توان ۶ شاخه گل از او خرید؟

- | | |
|---------------------|---------------------|
| $\binom{12}{5}$ (۲) | $\binom{12}{6}$ (۱) |
| $\binom{42}{6}$ (۴) | $\binom{11}{6}$ (۳) |

۷۰- مجموع تمام ضرایب در بسط عبارت $(3x - 3y + 2z + 5w)^4$ کدام است؟

- ۱) $2^4 + 5^4$
- ۲) 7^4
- ۳) ۰
- ۴) $3^4 + (-3)^4 + 2^4 + 5^4$

۷۱- وزن مینیمم زیر درخت فراگیر گراف وزن دار زیر چیست؟



- ۱) ۱۵
- ۲) ۱۴
- ۳) ۱۳
- ۴) ۱۶

۷- کدام گزینه صحیح است؟

(۱) دقیقاً ۶ گراف ۱۱ رأسی ۸- منتظم غیر یکرخت وجود دارد.

(۲) هر گراف ساده ۶ رأسی با ۱۰ یال همبند است.

(۳) هر گراف ساده که در دنباله درجات آن دقیقاً دو عدد ظاهر شود دو بخشی است.

(۴) گراف ساده ۷ رأسی ۳- منتظم وجود دارد.

۷- کدام یک از گزینه‌های زیر برای یک گراف ساده همبند صحیح است؟

(۱) یک گراف n رأسی دارای $n + 1$ یال است اگر و تنها اگر دقیقاً دو دور داشته باشد.

(۲) در هر گراف با دقیقاً دو دور درجه هر رأس ۴ است.

(۳) هر گراف با دقیقاً دو دور اویلری است.

(۴) در هر گراف با دقیقاً دو دور، بین هر دو رأس متمایز حداکثر ۴ مسیر متمایز وجود دارد.

۷- مجموعه رئوس گراف G تمام زیر مجموعه‌های ۲ عضوی $\{a, b, c, d, e\}$ است که رئوس A و B به هم وصلند اگر و تنها اگر اشتراکشان

تهی باشد. کدام یک از گزینه‌های زیر نادرست هستند؟

(۱) G ۳- منتظم است.

(۲) G همیلتونی است.

(۳) G همبند است.

(۴) G شامل دور به طول ۴ نمی‌باشد.

۷- به چند طریق می‌توان از یک سکه ۱ ریالی، یک سکه ۲ ریالی، یک سکه ۵ ریالی، یک سکه ۱۰ ریالی و ۴ سکه ۲۰ ریالی، ۴ سکه

انتخاب نمود؟

(۱) 2^5

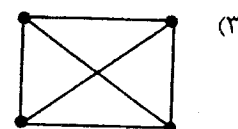
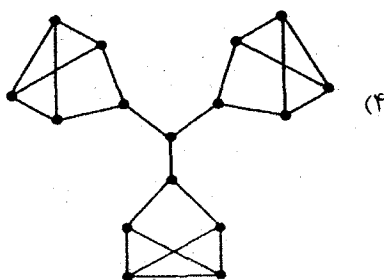
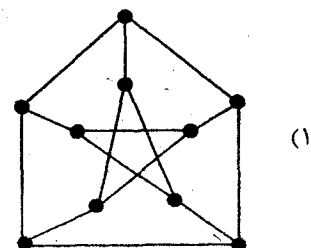
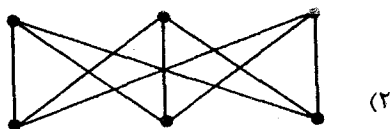
(۲) $\frac{8!}{4!}$

(۳) $\binom{8}{4}$

(۴) 2^4

۷- می‌خواهیم به هر یال از گراف G یکی از اعداد $\{1, 2\}$ را نسبت دهیم به طوری که برای هر رأس v از G ، مجموع اعداد نسبت داده

شده به تمام یال‌های متصل به v برابر صفر باشد. برای کدام یک از گراف‌های زیر این کار امکان‌پذیر نمی‌باشد؟



۷۷- چه تعداد رابطه هم‌ارزی روی مجموعه $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ وجود دارد که در آن ۱ و ۲ و ۳ با یکدیگر هم‌ارز و ۴ و ۵ نیز با یکدیگر هم‌ارز باشند؟

(۱) ۱۶

(۲) ۱۵

(۳) ۱۴

(۴) ۱۷

۷۸- کدام یک از دنباله درج‌ات زیر می‌تواند دنباله درج‌ات رئوس یک گراف مسطح ساده باشد؟

(۱) ۸, ۶, ۶, ۶, ۴, ۳, ۳, ۲

(۲) ۶, ۵, ۵, ۴, ۴, ۴, ۴, ۴

(۳) ۴, ۴, ۴, ۴, ۴, ۳, ۳, ۳

(۴) ۸, ۸, ۷, ۷, ۶, ۶, ۶, ۶



۷۹- فرض کنید P_{10} مسیر ۱۰ رأسی باشد. به چند طریق می‌توان ۴ یال از P_{10} انتخاب کرد به طوری که هیچ یک از ۴ یال رأس مشترک نداشته باشند؟

(۱) $\binom{9}{4}$

(۲) $\binom{7}{4}$

(۳) $\binom{6}{4}$

(۴) $\binom{10}{4}$

۸۰- تعداد حالات پوشاندن مستطیل 2×8 رو به رو با موزاییک‌های  و  برابر است با:

(۱) ۱۰

(۲) ۸

(۳) ۶

(۴) ۱۳



۸۱- اگر n عدد صحیح داشته باشیم که یکی از آنها x باشد، الگوریتمی که تشخیص دهد دو عدد در این اعداد وجود دارد که مجموع این دو عدد دقیقاً x می‌باشد. دارای کدام پیچیدگی است؟

- (۱) $O(\lg n)$ (۲) $O(n^2)$ (۳) $O(n \lg n)$ (۴) $O(n)$

۸۲- اگر فرمول بازگشتی زیر پیچیدگی زمانی یک الگوریتم را نشان دهد، در آن صورت عمق درخت بازگشتی این فرمول کدام می‌باشد؟

$$\begin{cases} T(1) = 1 \\ T(n) = T\left(\frac{n}{3}\right) + T\left(\frac{2n}{3}\right) + O(n) \end{cases}$$

(۱) $\lg_2 n$ (۲) $\lg_3 n$ (۳) $\lg_2 n$ (۴) $\lg_{\frac{3}{2}} n$

۸۳- برای $\epsilon < 1$ و $k > 1$ کدام گزینه صحیح است؟

- (۱) $n^\epsilon = O(\sqrt{n}) = O(\lg n!) = O((\lg n)^k)$ (۲) $(\lg n)^k = O(n^\epsilon) = O(\sqrt{n}) = O(\lg n!)$
 (۳) $(\lg n)^k = O(n^\epsilon) = O(\lg n!) = O(\sqrt{n})$ (۴) $n^\epsilon = O(\sqrt{n}) = O((\lg n)^k) = O(\lg n!)$

۸۴- در پیمایش غیربازگشتی درخت باینری به صورت preorder در بهترین حالت گره‌های با درجه ۰، ۱ و ۲ هر کدام چند بار وارد استک می‌شوند؟ (جواب از چپ به راست)

- (۱) ۰, ۱ (۲) ۰, ۲ (۳) ۰, ۲ (۴) ۰, ۱, ۲

۸۵- در فرمول بازگشتی $T(n) = aT\left(\frac{n}{b}\right) + f(n)$ ، $a \geq 1$ ، $b > 1$ درخت بازگشتی تولید شده به وسیله این فرمول کدام است؟

- (۱) درخت a -ary با $n \lg_b^a$ برگ و عمق \lg_b^n (۲) درخت کامل a -ary با $n \lg_b^a$ برگ و عمق \lg_b^n
 (۳) درخت کامل باینری با $2 \lg_b^a$ برگ و عمق \lg_b^n (۴) درخت غیر باینری با عمق \lg_b^n برگ و عمق \lg_b^n

۸۶- فرض کنید تعدادی داده داریم که به صورت نزولی مرتب شده‌اند. با اجرای یک الگوریتم مرتب‌سازی صعودی روی آن، بعد از دو مرحله اجراء داده‌ها به صورت زیر در آمده است:

48, 59, 61, 77, 11, 15, 19, 26, 1, 5

الگوریتم اجرا شده چه نوع sort می‌باشد.

- (۱) Insertion sort (۲) Heap sort (۳) Quick sort (۴) Merge sort

۸۷- اگر دنباله‌ی زیر یک max-heap را بخواهد نشان دهد کدام اعداد باید با چه مقادیر تعویض شوند؟

23, 17, 14, 6, 3, 10, 1, 5, 7, 11

(a به b تغییر نماید یعنی $a \rightarrow b$)

- (۱) $6 \rightarrow 12, 3 \rightarrow 15$ (۲) $7 \rightarrow 8, 14 \rightarrow 15$ (۳) $6 \rightarrow 9, 3 \rightarrow 10$ (۴) $10 \rightarrow 11, 1 \rightarrow 8$

۸۸- کدام یک از موارد زیر در مورد تابع بازگشتی $h(A)$ درست است؟

- $h(A) = \begin{cases} 0 & , A=0 \\ 1+h(A-1) & , A \text{ is odd} \\ 1+h(A/2) & , \text{otherwise} \end{cases}$
- (۱) $h(A) \in \Theta(A)$ (۲) $h(A) \in \Omega(A), h(A) \in O(\log_2^A)$
 (۳) $h(A) \in \Theta(\log_2^A)$ (۴) $h(A) \in \Omega(\log_2^A), h(A) \in O(A)$

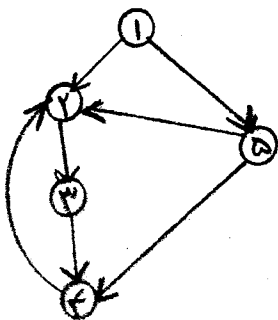
۸۹- پیمایش DFS گراف جهت‌دار زیر به ترتیب از چپ به راست 1, 2, 3, 4, 5 می‌باشد. یال $\langle 5, 2 \rangle$ چه یالی می‌باشد؟

(۱) Back edge

(۲) Forward edge

(۳) Tree edge

(۴) Cross edge



- ۹۰- پیچیدگی زمان $O(|V| + |E|)$ برای یک گراف $G(V, E)$ به ازای کدام الگوریتم صادق نمی‌باشد؟
 (۱) پیدا کردن مؤلفه‌های قویاً مرتبط
 (۲) پیدا کردن درخت پوشا کمینه
 (۳) Topological sort
 (۴) پیدا کردن درخت پوشا
- ۹۱- در جستجوی BFS یک گراف جهت‌دار $G = (V, E)$ در طبقه‌بندی یال‌ها در زمان پیمایش کدام نوع از یال‌ها به هیچ وجه ایجاد نمی‌شود؟
 (۱) back edge (۲) forward edge (۳) cross edge (۴) tree edge
- ۹۲- فرض می‌کنیم در گراف وزن‌دار $G = (V, E)$ یال $e \in E$ سنگین‌ترین یال در یک دور موجود در گراف باشد، در این صورت آیا درخت فراگیر کمینه شامل این یال می‌باشد یا خیر؟
 (۱) خیر - هیچ وقت (۲) مشخص نمی‌باشد. (۳) در موارد خاص بله (۴) بله - همیشه
- ۹۳- کدام گزینه نادرست است؟
 (۱) $P \subset NP - Complete$
 (۲) برای $A \leq_p B$ داریم: اگر B در زمان چند جمله‌ای حل شود A نیز حل می‌شود.
 (۳) $NP - Complete \subset NP - hard$
 (۴) $A \leq_p B \Rightarrow A \in NP$
- ۹۴- کدام یک از الگوریتم‌ها در داخل خود الگوریتم DFS را دو بار صدا می‌کند؟
 (۱) Topological sort
 (۲) پیدا کردن دور در یک گراف
 (۳) پیدا کردن مؤلفه‌های قویاً مرتبط
 (۴) پیدا کردن مؤلفه‌های مرتبط
- ۹۵- مسئله زیر را در نظر بگیرید:

$$\sum_{1 \leq i \leq n} x_i w_i \leq M$$

$$\max \sum_{1 \leq i \leq n} x_i p_i$$
 s.t
$$x_i = \begin{cases} 0 \\ 1 \end{cases}$$

- کدام گزینه نادرست است؟
 (۱) این مسئله یک مسئله NP نمی‌باشد.
 (۲) این مسئله یک راه حل چند جمله‌ای بر حسب n و M دارد.
 (۳) این مسئله راه حل چند جمله‌ای بر حسب هیچ پارامتری ندارد.
 (۴) این مسئله یک مسئله NP-hard است.

- ۹۶- یک اتفاق غیرمنتظره در داخل یک پردازنده که باعث تغییر کنترل اجرایی می‌شود یک نام دارد.
 (۱) interrupt (۲) exception (۳) I/O error (۴) page fault
- ۹۷- در یک سیستم pipeline با پنج مرحله، Fetch، Decode، operand fetch، execute و write بین دستورات زیر چند دستور NOP باید قرار بگیرد تا pipeline پر باشد؟ (منظور از $mov x, [y]$ انتقال اطلاعات خانه حافظه y در رجیستر x است).
 1 - $mov r_1, r_2$
 2 - $mov r_4, r_5$
 3 - $mov r_2, [100]$
- (۱) بین اول و دوم صفر و بین دوم و سوم دو
 (۲) بین اول و دوم صفر و بین دوم و سوم یک
 (۳) بین اول و دوم یک و بین دوم و سوم یک
 (۴) بین اول و دوم صفر و بین دوم و سوم صفر
- ۹۸- TLB (Translation lookaside Buffer) چیست؟
 (۱) یک کش برای نگهداری آدرس آخرین pageهای مورد دسترس قرار گرفته
 (۲) یک کش برای نگهداری داده‌های آخرین pageهای مورد دسترس قرار گرفته
 (۳) یک بافر برای محاسبه آدرس داده‌های روی هارد دیسک
 (۴) یک بافر برای نگهداری داده‌های واکنشی شده از هارد دیسک
- ۹۹- در یک سیستم با آدرس باس 40 بیتی و مدیریت حافظه paging، اگر تعداد جدول‌های page directory یک عدد و تعداد جدول‌های page table 2040 عدد که هر کدام 1024 مدخل دارند، باشد. اندازه‌ی هر بلاک حافظه چقدر است؟
 (۱) 8k (۲) 4k (۳) 11k (۴) 512k
- ۱۰۰- در یک کامپیوتر که مدیریت حافظه آن paging است، زمان دسترسی به کش L_1 برابر 20 نانو ثانیه، کش L_2 برابر ۴۰ نانو ثانیه و حافظه اصلی برابر 120 نانو ثانیه و هارد دیسک برابر ۸۰۰ نانو ثانیه است. misrate کش L_1 برابر 40% و کش L_2 نصف کش L_1 و حافظه اصلی نصف L_2 است. زمان دسترسی مؤثر به حافظه چقدر است؟
 (۱) 112.4 (۲) 39.84 (۳) 800 (۴) 980
- ۱۰۱- یک برنامه با تعداد 10^7 دستورالعمل از دو مجموعه دستورالعمل A و B تشکیل شده است. کلاس A یک کلاک سایکل و کلاس B پنج کلاک سایکل زمان می‌گیرد. اگر CPI (Clock Cycle Per Instruction) برنامه 2 باشد چه تعداد از دستورات از کلاس B است؟
 (۱) 2.5×10^6 (۲) 1×10^6 (۳) 3×10^6 (۴) 5×10^6
- ۱۰۲- کدام یک از جملات زیر غلط است؟
 (۱) روش polling روشی برای بررسی درخواست‌های دستگاه‌های جانبی توسط پردازنده است.
 (۲) در حالت کلی، مفهوم عمل وقفه و polling یکسان است ولی سرعت وقفه بیشتر است.
 (۳) روش polling در زمان‌هایی که تعداد خطوط وقفه پردازنده کم است بیشتر مورد استفاده قرار می‌گیرد.
 (۴) عملکرد روش وقفه نسبت به polling بهتر است.
- ۱۰۳- چه مشخصه‌ای از RAM باعث می‌شود که برای نگهداری اطلاعات دائمی مناسب نباشد؟
 (۱) فررار (Volatile) بودن آن (۲) غیرقابل اعتماد بودن آن (۳) کند بودن آن (۴) گران بودن آن
- ۱۰۴- یک RAM، DRAM گفته می‌شود وقتی
 (۱) امکان دسترسی هم زمان به خانه حافظه‌های آن وجود داشته باشد. (۲) احتیاج به Refresh در زمان‌های پریودیک داشته باشد.
 (۳) زمان دسترسی به اطلاعات تابع مکان اطلاعات باشد. (۴) زمان دسترسی به اطلاعات تابع مکان اطلاعات نباشد.
- ۱۰۵- در یک پردازنده کدام یک از باس‌های زیر به صورت مشترک می‌تواند استفاده گردد؟
 (۱) باس داده و باس کنترل (۲) باس آدرس و باس کنترل (۳) باس آدرس و باس داده (۴) باس آدرس، باس داده و باس کنترل
- ۱۰۶- کدام یک از جملات زیر صحیح است؟
 (۱) کامپیوترهای multiprogram حتماً multiuser نیز هستند. (۲) کامپیوترهای multiprocess حتماً multiuser نیز هستند.
 (۳) کامپیوترهای multiuser حتماً multiprogram نیز هستند. (۴) تمام گزینه‌ها صحیح است.

- ۱۰۷- چیپ **Direct Memory access** چه عملی انجام می‌دهد؟
- (۱) امکان انتقال اطلاعات از حافظه به پردازنده را به صورت مستقیم فراهم می‌کند.
 - (۲) امکان انتقال اطلاعات از دستگاه جانبی به پردازنده را به صورت مستقیم فراهم می‌کند.
 - (۳) امکان انتقال اطلاعات از دستگاه‌های جانبی به حافظه را به صورت مستقیم فراهم می‌کند.
 - (۴) امکان دسترسی مستقیم پردازنده به حافظه را فراهم می‌کند.
- ۱۰۸- اگر از سیستم **daisy chain** برای پردازش وقفه‌ها استفاده شود، کدام جمله غلط است؟
- (۱) تقدم با دستگاهی است که اول Ack پردازنده را می‌بیند.
 - (۲) از نظر تئوری دو دستگاه می‌توانند همزمان سرویس بگیرند.
 - (۳) از نظر تئوری تعداد دستگاه‌هایی که می‌توانند به پردازنده متصل شوند می‌تواند نامحدود باشد.
 - (۴) از نظر تئوری امکان دارد به یک دستگاه که درخواست سرویس نموده است هیچ وقت سرویس دهی نشود.
- ۱۰۹- یک پردازنده می‌تواند در هر سایکل 4 بایت از حافظه واکنشی نماید. اگر فرکانس باس برابر 1333 مگا هرتز باشد فرکانس اصلی پردازنده چقدر است؟
- (۱) 2666 مگا هرتز (۲) 5332 مگا هرتز (۳) 1333 مگا هرتز (۴) 333 مگا هرتز
- ۱۱۰- در یک برنامه نوشته شده 20% دستور load، 20% دستور store، 25% دستور jmp، 30% دستور add و 5% دستور mult وجود دارد. این برنامه روی یک کامپیوتر که دستور load دو کلاک سایکل، دستور store، یک کلاک سایکل، jmp چهار کلاک سایکل، add یک کلاک سایکل و mult ده کلاک سایکل زمان می‌برد اجرا شده است. اگر برنامه دارای 200 دستورالعمل باشد
- CPI (Clock Cycle Per Instruction) آن چقدر است؟
- (۱) 2.4 (۲) 1 (۳) 3 (۴) 3.5

توضیح: در سؤال‌های ۱۱۱ تا ۱۲۵، نماد λ نشانگر کلمه بوج به طول صفر و نماد L^R نشانگر معکوس زبان L با کلماتی است که معکوس نوشته شده‌اند.

۱۱۱- فرض کنید L زبانی منظم باشد، کدام یک از زبان‌های زیر منظم نیست؟

(۱) $L' = \{x \in L \mid \exists y \in L \exists z \in L \ x = yz\}$ (۲) $L' = \{x \in L \mid \exists y \in L \ x = yy\}$

(۳) $L' = \{x \in L \mid \exists y \ xy \in L\}$ (۴) $L' = \{x \in L \mid x^R \in L\}$

۱۱۲- کدام عبارت منظم، مجموعه‌ی $\{ \langle 8^n + 1 \rangle_2 \mid n \geq 0 \}$ که در آن $\langle t \rangle_2$ نمایش عدد t در مبنای ۲ است، را مشخص می‌کند؟

(۱) $100(000)^*1 + 10$ (۲) $(1000)^* + 1$ (۳) $1(01)^* + 10$ (۴) $1(000)^*1$

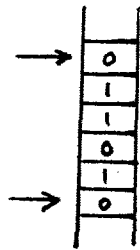
۱۱۳- تعداد وضعیت‌های اتوماتون غیرقطعی (nondeterministic) A با الفبای $\{0, 1\}$ برابر ۲ است. زبان اتوماتون A شامل رشته‌هایی که دو صفر یا دو یک پشت سرهم قرار دارند، نمی‌باشد و رشته 010 نیز توسط A پذیرفته می‌شود. زبان پذیرفته شده توسط A کدام است؟

(۱) $(10)^*1$ (۲) $(10)^*$ (۳) $0(10)^*$ (۴) $(01)^*$

۱۱۴- برای هر دو زبان A و B زبان $(A \cup B)^*$ برابر است با:

(۱) $A^*B^* \cup B^*A^*$ (۲) $A^* \cup B^*$

(۳) $A^*(BA^*)^*$ (۴) AB^*A



۱۱۵- ماشین «صفی» مدلی محاسباتی مشابه ماشین پشتته‌ای (PDA) است که حافظه آن در حد نیاز بدون محدودیت اضافه می‌شود، با این تفاوت که با دستور ماشین حروف از بالای حافظه وارد (Push) و با دستور ماشین حروف از پایین حافظه خارج (Pop) می‌شوند (متطابق شکل). کدام یک از زبان‌های زیر توسط ماشین صفی پذیرفته نمی‌شود؟

(۱) $\{0x1 \mid x \in \{0,1\}^*\} \subseteq \{0,1\}^*$ (۲) $\{x\#x \mid x \in \{0,1\}^*\} \subseteq \{0,1,\#\}^*$
 (۳) $\{0x0 \mid x \in \{0,1\}^*\} \subseteq \{0,1\}^*$ (۴) $\{x\#x^R \mid x \in \{0,1\}^*\} \subseteq \{0,1,\#\}^*$

۱۱۶- یک ماشین تورینگ فقط خواندنی، ماشین تورینگ است که هد فقط می‌تواند بخواند، و توانایی نوشتن یا پاک کردن خانه‌های نوار حافظه را ندارد. کدام یک از زبان‌های زیر توسط ماشین‌های تورینگ فقط خواندنی پذیرفته نمی‌شوند؟

(۱) $\{x \in \{0,1\}^* \mid x \text{ دارای تعداد صفرهای } x \text{ منهای تعداد یک‌های } x \text{ برابر } ۲ \text{ باشد}\}$

(۲) $\{x \in \{0,1\}^* \mid x \text{ دارای تعداد صفرهای } x \text{ بر } ۳ \text{ و تعداد یک‌های } x \text{ بر } ۲ \text{ بخش پذیر باشد}\}$

(۳) $\{x \in \{0,1\}^* \mid x \text{ حاصلضرب تعداد صفرهای } x \text{ در تعداد یک‌های } x \text{ بر } ۷ \text{ بخش پذیر باشد}\}$

(۴) $\{x \in \{0,1\}^* \mid x \text{ دارای تعداد صفرهای } x \text{ از } ۱۰۰ \text{ بیشتر نباشد}\}$

۱۱۷- کدام یک از زبان‌های زیر مستقل از متن است؟ *سؤال صرفی شور!*

(۱) موارد ۱ و ۲ هر دو صحیح‌اند. (۲) $L = \{a^n b^m c^k \mid k = |n - m|\}$

(۳) $L = \{a^n b^m c^k \mid k = mn\}$ (۴) $L = \{a^n b^m c^k \mid n = m \text{ یا } m \leq k\}$

۱۱۸- کدام گزینه در مورد گرامر زیر درست است؟

$S \rightarrow AB$

$A \rightarrow 0 \mid AS$

$B \rightarrow 1$

(۱) یک گرامر با فرم نرمال چامسکی است. (۲) یک گرامر با فرم نرمال گریباخ است.

(۳) یک گرامر با فرم نرمال چامسکی و فرم نرمال گریباخ است. (۴) هیچ‌کدام

۱۱۹- اگر $L = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$ آنگاه زبان L^* را می‌توان با کدام گرامر توصیف کرد؟

(۱) $S \rightarrow SS \mid A$ (۲) $S \rightarrow SA \mid \lambda$ (۳) $S \rightarrow aSb \mid \lambda$ (۴) $S \rightarrow aS \mid bS \mid \lambda$

(۱) $A \rightarrow aAb \mid ab$ (۲) $A \rightarrow aAb \mid \lambda$

- ۱۲۰- فرض کنید $L \subseteq \Sigma^*$ و $\tilde{L} = \{xyz \mid \exists y \quad xyz \in L, |x|=|y|=|z|\}$ ، آنگاه کدام گزینه صحیح است؟
 (۱) اگر L یک زبان منظم باشد آنگاه \tilde{L} نیز منظم است.
 (۲) اگر L یک زبان مستقل از متن باشد آنگاه \tilde{L} منظم است.
 (۳) اگر L یک زبان منظم باشد آنگاه \tilde{L} مستقل از متن است.
 (۴) \tilde{L} همواره مستقل از متن است.
- ۱۲۱- اگر C کلاس تمام زبان‌های مستقل از متن و C' کلاس تمام زبان‌هایی مثل $\Sigma^* \supseteq L$ باشد که متمم آنها $(\Sigma^* - L)$ مستقل از متن است، آنگاه کدام گزاره در مورد کلاس $A \triangleq C \cap C'$ صحیح است؟
 (۱) هر زبان $L \in A$ منظم است.
 (۲) برای هر زبان $L \in A$ یک ماشین PDA با پشته متناهی وجود دارد.
 (۳) برای هر زبان مستقل از متن L داریم $L \in A$.
 (۴) اگر زبان L دارای یک ماشین DPDA (پشته‌ای قطعی) باشد آنگاه $L \in A$.
 کدام گزاره صحیح است؟
- ۱۲۲- (۱) اگر $\{0\}^* \supseteq L$ زبان یک ماشین تورینگ قطعی باشد آنگاه L مستقل از متن است.
 (۲) برای هر زبان مستقل از متن L ، ماشین تورینگ قطعی با زبان L وجود دارد که برای هر ورودی داده شده $\omega \in L$ در زمان متناهی متوقف می‌شود.
 (۳) برای هر زبان مستقل از متن L ، $\{0,1\}^* \supseteq L$ ، یک گرامر با فرم نرمال چامسکی وجود دارد.
 (۴) هر گرامر داده شده برای زبان مستقل از متن (context free)، L ، یک گرامر مستقل از متن است.
 کدام گزینه صحیح است؟
- ۱۲۳- (۱) برای هر زبان مستقل از متن L ، حداکثر متناهی ماشین تورینگ غیرقطعی (nondeterministic) با زبان L وجود دارد.
 (۲) اگر L یک زبان منظم باشد، حداکثر تعداد متناهی ماشین تورینگ قطعی با زبان L وجود دارد.
 (۳) برای هر زبان L ، $\{0,1\}^* \supseteq L$ نامتناهی ماشین تورینگ با زبان L وجود دارد.
 (۴) اگر برای زبان L یک ماشین تورینگ با زبان L موجود باشد، آنگاه نامتناهی ماشین تورینگ قطعی دیگر با زبان L وجود دارند.
- ۱۲۴- اگر کلاس زبان‌های r.e. کلاس زبان‌های پذیرفته شده توسط ماشین‌های تورینگ قطعی (deterministic) یک نواره باشد، کدام یک از تغییرات زیر در تعریف ماشین تورینگ منجر به تغییر این کلاس نمی‌شود؟ (قدرت محاسباتی ماشین را تغییر نمی‌دهد).
 (۱) موارد ۱ و ۲ صحیح‌اند.  
 (۲) اضافه کردن تعداد نوارهای حافظه ماشین
 (۳) محدود کردن حرکت هد ماشین فقط به سمت راست (حرکت هد به سمت چپ امکان‌پذیر نیست).
 (۴) اضافه کردن امکان انتقال بلادرنگ (λ -transition)
- ۱۲۵- ماشین تورینگ مینیمال برای زبان L ، یک ماشین تورینگ با زبان L و کمترین تعداد حالات (که با $m(L)$ نمایش می‌دهیم) است. کدام گزینه صحیح است؟

$$\exists n_0 \forall L \quad m(L) < n_0 \quad (۲)$$

$$\exists L \quad m(L) \neq m(L^R) \quad (۴)$$

$$2^{m(L)} \geq m(L^R) \quad (۱) \text{ همواره}$$

$$2^{m(L)} < m(L^R) \quad (۳) \text{ همواره}$$

۱۲۶- در یک دستگاه ممیز شناور نرمال شده برای نمایش اعداد حقیقی در مبنای 2 با پنج رقم مانتیس و روش گرد کردن فاصله بین عدد 17 و نزدیکترین عدد بزرگتر از 17 چقدر است؟

$$(۱) \frac{1}{8} \quad (۲) \frac{1}{4} \quad (۳) 1 \quad (۴) \frac{1}{2}$$

۱۲۷- مقدار محاسبه شده برای $\frac{f(a+2^{-p}h) - f(a-2^{-p}h)}{2^{1-p}h}$ صحیح، در یک کامپیوتر با روند عدد یک برابر $2^{(1-t)}$ به ازای مقادیر

$|h|$ کوچکتر از برابر صفر است. (با فرض آنکه f با دقت موجود در ماشین قابل محاسبه باشد).

$$(۱) 2^{p+1-t} + |a| \quad (۲) 2^{p+1-t} |a| \quad (۳) 2^{p+2-t} |a| \quad (۴) 2^{p-1} + |a|$$

۱۲۸- فرض کنید که دستگاه معادلات خطی $Ax = b$ با روش حذفی گوس و انتخاب محور کامل (سطری - ستونی) به وسیله یک کامپیوتر حل و جواب \bar{x} محاسبه شده است. اگر تعداد ارقام مانتیس در محاسبات ممیز شناور با مبنای 2 برای اعداد حقیقی در کامپیوتر برابر t (یک عدد زوج بزرگتر از 16) و عدد حالت ماتریس (یعنی، $\|A\| \cdot \|A^{-1}\|$) برابر 2^p ، $p \geq 1$ باشد، آنگاه نمی توان انتظار داشت که \bar{x} حتی یک رقم درست داشته باشد اگر

$$(۱) p = 1 - t \quad (۲) p = t - 1 \quad (۳) p = 10 \log_2 t \quad (۴) p = \frac{t}{2}$$

۱۲۹- فرض کنید می خواهیم نزدیکترین بردار در امتداد یک بردار داده شده x را به یک بردار داده شده y (با نرم اقلیدسی برای اندازه) بیابیم. در این صورت جواب مسأله به صورت $\bar{x} = \alpha x$ است و α برابر است با:

$$(۱) \frac{x^T y}{\|y\|_2^2} \quad (۲) \frac{\|x\|_2}{\|y\|_2} \quad (۳) \frac{\|y\|_2}{\|x\|_2} \quad (۴) \frac{x^T y}{\|x\|_2^2}$$

۱۳۰- فرض کنید A یک ماتریس متقارن $n \times n$ است و $A = LQ$ ، که در آن L یک ماتریس پایین مثلثی با قطری های ناصفر و Q یک ماتریس قائم نرمال است ($Q^T Q = I$). در این صورت ماتریس $A^2 (= AA)$

(۱) معین مثبت است. (۲) معین منفی است. (۳) ممکن است وارون ناپذیر باشد. (۴) نامعین است.

۱۳۱- اگر $f(x) = \sin 2x$ آنگاه مقدارهای کسره های تفاضلی $f[0, 0, 0, 0]$ و $f\left[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right]$ به ترتیب برابرند با:

$$(۱) -\frac{4}{3} \text{ و } \frac{2}{3} \quad (۲) 0 \text{ و } \frac{2}{3} \quad (۳) \frac{2}{3} \text{ و } \frac{4}{3} \quad (۴) 0 \text{ و } \frac{4}{3}$$

۱۳۲- برای مسأله های ۱۳۲ و ۱۳۳ تابع $f(x) = x^4 - 4x^2 + 4$ را در نظر بگیرید. فرمول تکراری روش نیوتن برای پیدا کردن ریشه های $f(x)$ دارای سرعت (یا نرخ) همگرایی است.

(۱) برای هر دو خطی (۲) برای هر دو از مرتبه دوم

(۳) برای یکی خطی و دیگری از مرتبه دوم (۴) برای هر دو زبر خطی

۱۳۳- فرمول تکراری روش نیوتن برای مینیمم سازی $f(x)$ بسته به نقطه شروع اولیه به یکی از دو مینیمم کننده ها یا به یک ماکسیمم کننده با سرعت (یا نرخ) همگرایی همگراست.

(۱) برای هر سه خطی (۲) برای هر سه از مرتبه دوم

(۳) برای ماکسیمم کننده از مرتبه دوم و برای مینیمم کننده ها خطی (۴) برای مینیمم کننده ها از مرتبه دوم و برای ماکسیمم کننده خطی

۱۳۴- فرض کنید Q یک ماتریس قائم نرمال (یعنی $Q^T Q = I_n$)، $n \times n$ است و $Qx = \alpha y$ به ازای $x, y \in R^n$ و α اسکالر. در این صورت α برابر است با:

$$(۱) \|x\|_2 \quad (۲) \|y\|_2 \quad (۳) \pm \frac{\|x\|_2}{\|y\|_2} \quad (۴) \pm \frac{\|y\|_2}{\|x\|_2}$$

۱۳۵- یک روش نصف کردن فاصله برای پیدا کردن ریشه یک تابع پیوسته یکنوا در فاصله داده شده $[a, b]$ با فرض $f[a]f[b] < 0$ همگراست.

- (۱) با شروع از هر نقطه اولیه در $[a, b]$ به برخی از ریشه‌های چندگانه ممکن در $[a, b]$
- (۲) تنها به ازای برخی نقاط اولیه در $[a, b]$ به ریشه یگانه f در $[a, b]$
- (۳) تنها به ازای برخی نقاط اولیه در $[a, b]$ به یکی از ریشه‌های f در $[a, b]$
- (۴) با شروع از هر نقطه اولیه در $[a, b]$ به ریشه یگانه f در $[a, b]$

۱۳۶- در روش حذفی گوس با انتخاب محور سطری برای حل دستگاه‌های خطی جواب محاسبه شده
 (۱) به جواب دقیق مسأله نزدیک است.
 (۲) باقیمانده بزرگی برای دستگاه ایجاد می‌کند.
 (۳) اگر باقیمانده کوچک داشته باشد آنگاه به جواب دقیق مسأله نزدیک است.
 (۴) جواب دقیق دستگاهی نزدیک به دستگاه اصلی است.

۱۳۷- فرض کنید A یک ماتریس متقارن است و $A^2 = A$. در این صورت، جواب دستگاه $Ax = Ab$ جواب مسأله است.

- (۱) $Ax = b$
- (۲) $\min_x \|Ax - b\|_2$
- (۳) $Ax = \lambda x$ به ازای برخی λ
- (۴) $A^m x = b$ به ازای $m \geq 2$

۱۳۸- فرض کنید $A = LQ$ که در آن L یک ماتریس پایین مثلثی وارونپذیر و Q یک ماتریس قائم نرمال است ($Q^T Q = I$). برای دو مسأله

$$Ax = b \quad \text{و} \quad \min_x \|Ax - b\|_2$$

- (۱) جواب‌های یکسان و یگانه دارند.
- (۲) اولی ممکن است جواب نداشته باشد ولی دومی بی‌نهایت جواب دارد.
- (۳) هر دو جواب یگانه دارند ولی جواب‌ها ممکن است متفاوت باشند.
- (۴) اولی ممکن است جواب نداشته باشد ولی دومی جواب یگانه دارد.

۱۳۹- فرض کنید Q یک ماتریس قائم نرمال ($Q^T Q = I$) است و $QA = AQ$. در این صورت، X یک بردار ویژه A است
 (۱) تنها اگر QX بردار ویژه A باشد.
 (۲) تنها اگر $Q^T X$ بردار ویژه A باشد.
 (۳) اگر و تنها اگر QX و $Q^T X$ هر دو بردار ویژه A باشند.
 (۴) اگر و تنها اگر X بردار ویژه Q باشد.

۱۴۰- فرض کنید x^* جواب مسأله $\min_x \|Ax - b\|_2$ که در آن $b \neq 0$ ، دستگاه $Ax = \lambda b$ را به ازای برخی λ برقرار می‌سازد. در این صورت،
 مقدار $\min_x \|Ax - b\|_2$
 (۱) باید برابر صفر باشد و $\lambda = 1$.
 (۲) بزرگتر از صفر است اگر و تنها اگر $\lambda \neq 0$.
 (۳) همواره برابر صفر است.
 (۴) برابر صفر است اگر و تنها اگر $\lambda = 1$.